

Znów trochę teorii...



Rys. Toyota, Jacek Kubiś, Wimad

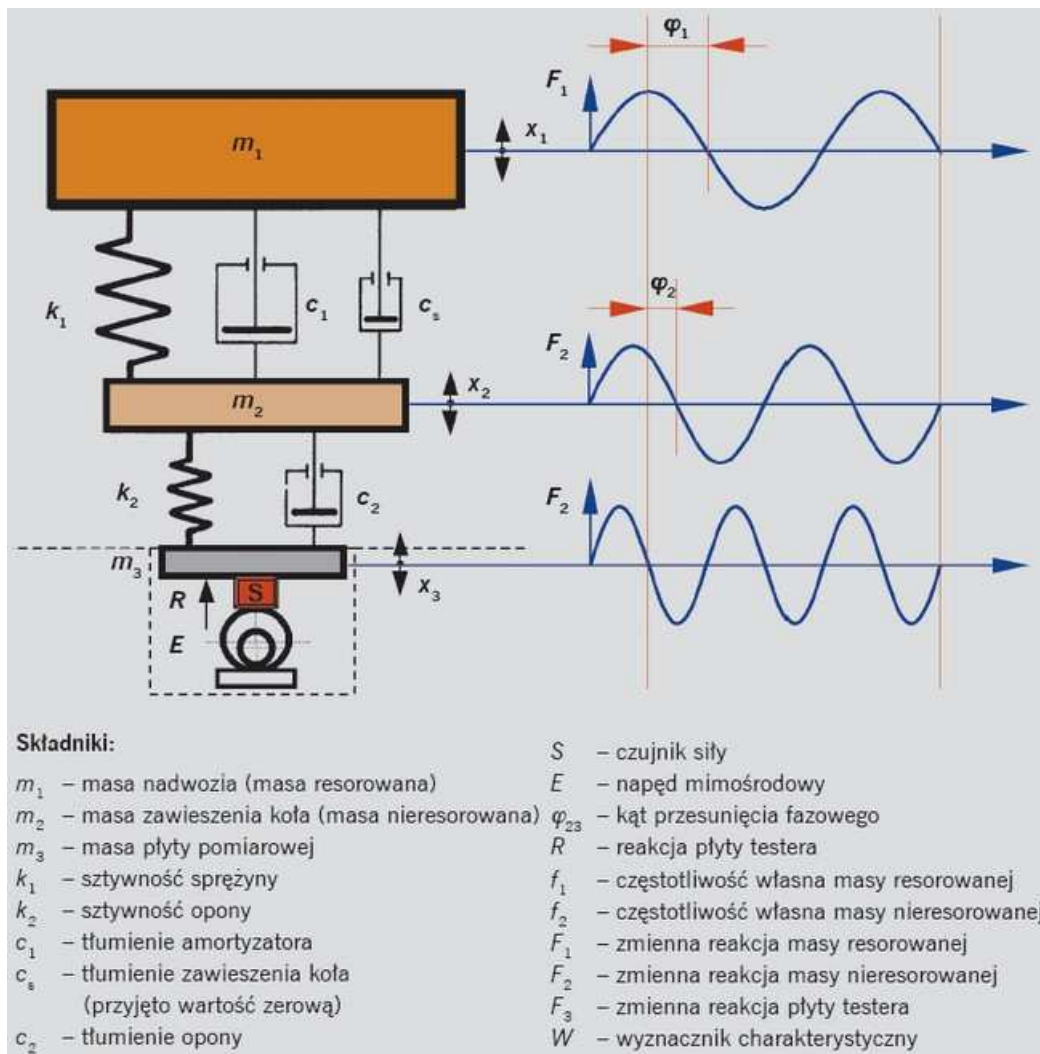
Tego rodzaju artykuły są trudne w pisaniu i odbiorze, bo przyzwyczajeni już jesteśmy do reklam opisujących najbardziej złożone produkty i technologie kilkoma entuzjastycznymi przymiotnikami, ale...

W metodzie diagnozowania zawiesznień opisanej w poprzednim odcinku niniejszego cyklu analizy zachodzących zjawisk dokonuje się w oparciu o tzw. ćwiartkowy model pojazdu. Jest to konstrukcja teoretyczna obejmująca masy m_1 ($1/4$ masy resorowanej pojazdu) i m_2 (cała masa nieresorowana przypadająca na jedno kompletne koło).

Model ten charakteryzuje się określoną sprężystością zawieszenia k_1 i sprężystością opony k_2 oraz wartościami tłumienia drgań obu wspomnianych mas. Masy i działające między nimi siły tworzą pionowy układ, na który składają się (w kolejności od dołu): „sprężyna” opony ściskana między platformą testera i masą nieresorowaną, a tę z kolei oddziela od resorowanej sprężyna zawieszenia.

Parametrami zmiennymi w tym układzie mogą być wartości obu mas i obu sprężystości, a celem analizy jest określenie ich wpływu na przesunięcie fazowe przemieszczeń danej masy względem wymuszających je ruchów testera, a także na przyleganie opony do nawierzchni i komfort jazdy. Dla uproszczenia zakłada się tu występowanie w zawieszeniu tłumienia c_1 o przebiegu liniowym. Za istotne uznaje się też uwzględnienie tłumienia c_2 występującego w samej oponie.

W oparciu o tak rozumiany analityczny model ćwiartkowy można przystąpić do wyprowadzenia równań wyznaczających: **kąt przesunięcia fazowego** oraz **częstotliwości drgań własnych**. Niezbędna będzie jednak do tego znajomość matematyki z zakresu szkoły średniej.



Podstawowe czynniki wpływu

Wartość tłumienia w zawieszeniu (c_1) ma znaczący wpływ na krzywą przesunięcia fazowego i na krzywą przylegania, co przedstawiają załączone wykresy 1 i 2. Dla niskich wartości tłumienia krzywe te pomiędzy częstotliwością rezonansową masy resorowanej a częstotliwością odrywania się koła od jezdni są strome. Dla dostatecznie dużych wartości tłumienia przy częstotliwości rezonansowej masy nieresorowanej minimalne przyleganie i przesunięcie fazowe rosną. Obserwujemy wówczas:

- wyższe wartości minimalnego przesunięcia fazowego i łagodne nachylenie krzywej w obszarze częstotliwości odrywania się koła od płyty testera,
- wysokie wartości przylegania,
- wysokie wartości minimalnego przesunięcia fazowego.

Tłumienie krytyczne zawieszenia jest to graniczna wartość (najmniejsza) współczynnika tłumienia bezwzględnego, przy którym przemieszczenie przestaje być sinusoidalne, tzn. po odkształceniu zawieszenie powraca do położenia równowagi, lecz go nie przekracza.

Tabela 1. Doświadczalne wartości tłumienia rozciągania i wartości tłumienia ściskania

$M_1 = 234 \text{ kg}; M_2 = 43 \text{ kg}; K_1 = 56 \text{ kN/m}; K_2 = 182 \text{ kN/m}; C_2 = 0 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$

Wartość tłumienia odbijania C_{1R} [kN·s/m]	Wartość tłumienia ściskania C_{1C} [kN·s/m]	Przyleganie minimalne [%]	Minimalne przesunięcie fazowe [°]	Izolacja drgań wysokoczęstotliwościowych [%]
0,7	0,7	7,5	0,0	65
1,2	1,2	37,8	47,2	66
1,1	2,0	41,9	54,3	66
2,0	1,1	28,6	37,2	66
2,0	2,0	43,0	57,0	66

Współczynnik tłumienia zawieszenia samochodów osobowych ζ (theta), będący stosunkiem aktualnego tłumienia układu do tłumienia krytycznego pojazdu, może być odczytany z wykresów przesunięcia fazowego i przyczepności. Współczynnik ζ zwykle mieści się między 0,2 a 0,4 dla mas resorowanych i może ulegać zmianom wraz z częstotliwością i amplitudą. Przybliżone wartości tłumienia krytycznego dla mas resorowanych i nieresorowanych można wyznaczyć z poniższych wzorów, wykorzystując obliczoną wcześniej zastępczą sztywność zawieszenia k_{eq} . Wartości tego współczynnika (ζ) nie powinny przekraczać 0,5.

Wartość tłumienia amortyzatorów samochodowych zmienia się w zależności od częstotliwości i amplitudy oraz aktualnego suwu tłka: ściskanie (dobicie) lub rozciąganie (odbicie). Tłumienie przy rozciąganiu jest zwykle od 1 do 6 razy większe niż przy ściskaniu. Z kolei wartość tłumienia podczas ściskania ma większy wpływ na przyleganie i przesunięcie fazowe.

Tabela 2. Wpływ ustawienia amortyzatora na przesunięcie fazowe i minimalne przyleganie pojazdu

Ustawienie amortyzatora	Minimalne przesunięcie fazowe [°]	Minimalne przyleganie [%]
Normalne	45,0	39,0
Twarde	52,6	46,9
Bardzo twarde	59,4	48,8

Konwencjonalne amortyzatory hydrauliczne mają niewielki wpływ na działanie zawieszenia przy częstotliwościach powyżej 20 Hz, tu ważne stają się natomiast opory tulei zawieszenia, opony, sprężyny oraz tarcie występujące w ruchomych połączeniach.

Czynniki dodatkowe

Konwencjonalne amortyzatory, w odróżnieniu od regulowanych (skokowo lub bezstopniowo), uzyskują większą wartość tłumienia przy mniejszych prędkościach ruchu zawiesznień. Minimalne przyleganie i przesunięcie fazowe mogą wzrastać przy twardszym ustawieniu amortyzatora o zmiennej charakterystyce.

Nieprawidłowe zamocowanie amortyzatora może być czasem wykryte przez tester podczas porównania kół jednej osi. W tabeli 3 przedstawiono przykład, w którym górne nakrętki obu śrub przedniego amortyzatora zostały nieprawidłowo dokręcone, powodując luzy w górnym mocowaniu. Podobny efekt pojawi się, kiedy górne lub dolne tuleje gumowe będą miały luz lub guma ulegnie zesterzeniu. Jeśli jednak tester nie wykryje błędów zamocowania, trzeba innymi metodami zbadać jego prawidłowość. Negatywne skutki może też powodować wymiana amortyzatorów na inne niż oryginalne.

Masa resorowana ma istotny wpływ na przyleganie, sztywność jazdy i izolację drgań wysokoczęstotliwościowych oraz niewielki na przesunięcie fazowe. Niesymetryczny rozkład masy po obu stronach osi wpływa również na mierzone parametry (wykresy 3 i 4). Większa masa nieresorowana zwiększa bezwładność zawieszenia, co z kolei ogranicza minimalne przesunięcie fazowe i częstotliwość rezonansową oraz ma niewielki wpływ na przyleganie, wymaga więc zwiększenia wartości tłumienia amortyzatora (wykresy 5 i 6).

Tabela 3: Wpływ nieprawidłowego mocowania na parametry pojazdu A

Mocowanie	Minimalne przesunięcie fazowe [L / P]	Minimalne przyleganie [L / P]	Różnica przyczepności obu stron osi
Nieprawidłowe	28,1 / 20,2	56,3 / 44,9	7,6
Prawidłowe	46,3 / 38,0	61,4 / 59,5	-0,6

Tabela 4: Wpływ nieprawidłowego mocowania na parametry pojazdu B

Mocowanie	Minimalne przesunięcie fazowe [L / P]	Minimalne przyleganie [L / P]	Różnica przyczepności obu stron osi
Nieprawidłowe	89,1 / 92,5	71,0 / 73,0	-4,6
Prawidłowe	96,6 / 91,2	75,4 / 72,5	-0,7

Tabela 5: Zmiana charakterystyki zawieszenia spowodowana wymianą amortyzatorów

Amortyzatory	Minimalne przesunięcie fazowe [°]	Minimalne przyleganie [%]
Przed wymianą	19,3	24,5
Po wymianie	67,6	57,3

Sztywność sprężyn zawieszenia znacznie wpływa na przyleganie i przesunięcie fazowe (wykresy 7 i 8) oraz komfort jazdy w zakresie między częstotliwością rezonansową masy resorowanej a częstotliwością odrywania się koła od nawierzchni. Wpływ sztywności sprężyny na minimalne przesunięcie fazowe i minimalne przyleganie jest średni, a zupełnie mały – na izolację drgań wysokoczęstotliwościowych. Sprężyny o zmiennej charakterystyce mogą osiągać mniejszy współczynnik sprężystości niż sprężyny o charakterystyce liniowej dla tego samego pojazdu pod stałym obciążeniem. Skutkiem tego normalnie obciążony samochód ze sprężynami o charakterystyce zmiennej ma takie samo lub niższe przyleganie w porównaniu z zastosowaniem sprężyn o charakterystyce liniowej, lecz odznacza się dużo wyższym komfortem jazdy. Przy wyższym obciążeniu pojazd o zmiennej charakterystyce sprężyn wykazuje też lepsze osiągi.

Sprężystość (sztywność) opony w wysokim stopniu zależy od ciśnienia (wykresy 9 i 10). Wyższe wpływa na zwiększenie hałasu i przenoszenia drgań na masę resorowaną. Empirycznie stwierdzono, że zmiana ciśnienia o 0,1 bara może zmienić przyleganie od 0,7% do 3,1%. Z testów ponad 100 różnych pojazdów wynika, iż zwiększenie ciśnienia o 0,1 bara zmniejsza przyleganie średnio o 1,7%. Zależność między ciśnieniem a przyczepnością jest odwrotna niż między zakresem prawidłowych ciśnień a obciążeniem opony.

Nieruchome koło odznacza się sprężystością nawet do 22% wyższą niż koło toczące się (wykres 11). Jednak w czasie jazdy temperatura koła rośnie, a w konsekwencji rosną też ciśnienie i sprężystość opony (wykresy 12 i 13).

Tłumienie opony oddziałuje na przyleganie, przesunięcie fazowe, częstotliwość odrywania koła od jezdni, izolację drgań wysokoczęstotliwościowych oraz nieznacznie na komfort jazdy. Jest ono jednak znacznie mniej istotne w porównaniu z tłumieniem zawieszenia (wykresy 14 i 15).

Zawieszenie zależne charakteryzuje się dwiema krytycznymi częstotliwościami masy nieresorowanej, zwanymi tętnieniem przeciwbieżnym i współbieżnym. Pierwsze jest częstotliwością drgań koła występującą wówczas, gdy drugie koło tej samej osi wykonuje ruchy przeciwne (asymetryczne), a drugie dotyczy symetrycznych, rezonansowych drgań obu kół. Częstotliwość tętnienia przeciwbieżnego jest zawsze wyższa niż tętnienia współbieżnego. Charakterystyczne dla osi sztywnej jest ostre załamanie krzywej przylegania, zależne od wartości tłumienia. Podobne właściwości

mogą mieć pojazdy z zawieszeniem niezależnym, ale „usztynwione” stabilizatorem poprzecznym.

Przedstawione równania dla modelu ćwiartkowego pojazdu oraz analiza wpływów rozmaitych czynników na wyniki testów potwierdzają, iż omawiane tu testy dwufazowe są najlepszym ze znanych dotychczas narzędzi do diagnostyki zawieszenia ze względu na mierzone parametry i jednoznaczną interpretację dokonywanych pomiarów, o której napiszę w następnym odcinku.

Wyprowadzenie równań i wyznaczenie częstotliwości własnej:

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1(x_1 - x_2) = 0$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + k_1(x_2 - x_1) + k_2(x_2 - x_3) = 0$$

$$m_3 \ddot{x}_3 + c_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_2(x_3 - x_2) + R = 0$$

dla masy resorowanej (m_1)

dla masy nieresorowanej (m_2)

dla płyty testera (m_3)

Drgania swobodne:

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_2) = 0$$

$$x_3 \equiv 0$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_1(x_2 - x_1) + k_2 x_2 = 0$$

$$c_1 = c_2 = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} x_1 + \frac{k_1}{m_1} x_1 + \frac{k_1}{m_1} x_2 &= 0 \\ -\frac{k_1}{m_2} x_1 + x_2 + \frac{k_1 + k_2}{m_2} x_2 &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} x_1 + \frac{k_1}{m_1} x_1 + \frac{k_1}{m_1} x_2 &= 0 \\ -\frac{k_1}{m_2} x_1 + x_2 + \frac{k_1 + k_2}{m_2} x_2 &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$x_1 = \bar{x}_1 \sin \omega t \quad x_2 = \bar{x}_2 \sin \omega t$$

$$\left(-\omega^2 + \frac{k_1}{m_1}\right) \bar{x}_1 - \frac{k_1}{m_1} \bar{x}_2 = 0$$

$$-\frac{k_1}{m_2} \bar{x}_1 + \left(\omega^2 + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right) \bar{x}_2 = 0$$

Wyznacznik charakterystyczny:

$$\begin{vmatrix} \left(-\omega^2 + \frac{k_1}{m_1}\right) & -\frac{k_1}{m_1} \\ -\frac{k_1}{m_2} & \left(-\omega^2 + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right) \end{vmatrix} = 0$$

Równanie charakterystyczne:

$$\left(-\omega^2 + \frac{k_1}{m_1}\right) \left(-\omega^2 + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right) - \frac{k_1^2}{m_1 m_2} = 0$$

$$\Delta = \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right)^2 - 4 \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2}$$

$$\omega^4 - \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right) \omega^2 + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \cdot \frac{k_1}{m_1} - \frac{k_1^2}{m_1 m_2} = 0$$

$$\omega^4 - \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} = 0$$

$$\omega^4 - \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} = 0$$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right)^2 - \frac{4 k_1 k_2}{m_1 m_2}} \right] \quad \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

$$\omega_{1,2} = 2\pi f_{1,2} \quad [\text{Hz}]$$

Zastępcza sztywność zawieszenia k_{eq}

$$x_1 - x_2 = \frac{m_1 g}{k_1}$$

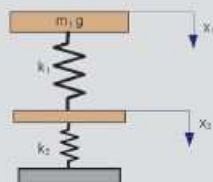
$$x_2 = \frac{m_1 g + m_2 g}{k_2}$$

$$x_3 = \frac{m_1 g}{k_1} + \frac{m_1 g + m_2 g}{k_2}$$

$$k_{eq} = \frac{m_1 g}{\frac{m_1 g}{k_1} + \frac{m_1 g + m_2 g}{k_2}} = \frac{k_1 k_2}{k_2 + \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) k_1}$$

$$f_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}\pi} \sqrt{\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right) - \sqrt{\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right)^2 - 4 \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{eq}}{m_1}}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}\pi} \sqrt{\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right) + \sqrt{\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right)^2 - 4 \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_2}}$$



$$k_{eq} = \frac{m_1 g}{x_1}$$



Wyprowadzenie równania kąta przesunięcia fazowego

$$m_1 \dot{x}_1 + c_1(x_1 - x_2) + k_1(x_1 - x_2) = 0$$

$$m_2 \dot{x}_2 + c_1(x_2 - x_1) + c_2 \dot{x}_2 + k_1(x_2 - x_1) + k_2 x_2 = c_2 x_3 + k_2 x_3$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 + \frac{c_1}{m_1} \dot{x}_1 + \frac{k_1}{m_1} x_1 - \frac{c_1}{m_1} \dot{x}_2 - \frac{k_1}{m_1} x_2 = 0 \\ -\frac{c_1}{m_2} \dot{x}_1 - \frac{k_1}{m_2} x_1 + \dot{x}_2 + \frac{c_1 + c_2}{m_2} \dot{x}_2 + \frac{k_1 + k_2}{m_2} x_2 = \frac{c_2}{m_2} \dot{x}_3 + \frac{k_2}{m_2} x_3 \end{cases}$$

Przewidywane rozwiązania w stanie ustalonym (tzn. po wygaśnięciu drgań swobodnych)

$$x_3 = \bar{x}_3 e^{i\omega t}$$

wtedy

$$x_1 = \bar{x}_1 e^{i\omega t}$$

$$x_2 = \bar{x}_2 e^{i\omega t}$$

$$\dot{x}_1 = i \omega \bar{x}_1 e^{i\omega t}; \quad \dot{x}_1 = -\omega^2 \bar{x}_1 e^{i\omega t}$$

$$\dot{x}_2 = i \omega \bar{x}_2 e^{i\omega t}; \quad \dot{x}_2 = -\omega^2 \bar{x}_2 e^{i\omega t}$$

$$\dot{x}_3 = i \omega \bar{x}_3 e^{i\omega t}; \quad \dot{x}_3 = -\omega^2 \bar{x}_3 e^{i\omega t}$$

$$i = \sqrt{-1} \text{ jednostka urojona}$$

Po podstawieniu do równań otrzymujemy:

$$\left. \begin{aligned} \left(-\omega^2 + \frac{c_1}{m_1} \omega i + \frac{k_1}{m_1} \right) \bar{x}_1 - \left(\frac{c_1}{m_1} \omega i + \frac{k_1}{m_1} \right) \bar{x}_2 &= 0 \\ -\left(\frac{c_1}{m_2} \omega i + \frac{k_1}{m_2} \right) \bar{x}_1 + \left(-\omega^2 + \frac{c_1 + c_2}{m_2} \omega i + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right) \bar{x}_2 &= \left(\frac{c_2}{m_2} \omega i + \frac{k_2}{m_2} \right) \bar{x}_3 \end{aligned} \right\} (*)$$

Wyznacznik charakterystyczny:

$$\begin{aligned} W &= \begin{vmatrix} \left(-\omega^2 + \frac{c_1}{m_1} \omega i + \frac{k_1}{m_1} \right) \bar{x}_1 & -\left(\frac{c_1}{m_1} \omega i + \frac{k_1}{m_1} \right) \bar{x}_2 \\ -\left(\frac{c_1}{m_2} \omega i + \frac{k_1}{m_2} \right) \bar{x}_1 & \left(-\omega^2 + \frac{c_1 + c_2}{m_2} \omega i + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right) \bar{x}_2 \end{vmatrix} = \\ &= \left(-\omega^2 + \frac{c_1}{m_1} \omega i + \frac{k_1}{m_1} \right) \left(-\omega^2 + \frac{c_1 + c_2}{m_2} \omega i + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right) - \left(\frac{c_1}{m_2} \omega i + \frac{k_1}{m_2} \right) \left(\frac{c_1}{m_1} \omega i + \frac{k_1}{m_1} \right) = \\ &= \left[\omega^4 - \left(\frac{k_1 + k_2}{m_2} + \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} + \frac{k_1}{m_1} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right] + \left[-\left(\frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} \right) \omega^3 + \frac{c_1 k_2}{m_1 m_2} + \frac{c_2 k_1}{m_1 m_2} \right] \omega \cdot i = R_w + I_w \cdot i \end{aligned}$$

część rzeczywista:

część urojona:

$$R_w = \omega^4 - \left(\frac{k_1 + k_2}{m_2} + \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} + \frac{k_1}{m_1} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \quad I_w = -\left(\frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} \right) \omega^3 + \frac{c_1 k_2}{m_1 m_2} + \frac{c_2 k_1}{m_1 m_2} \omega$$

Wyznaczniki do wyznaczania \bar{x}_1 i \bar{x}_2 wg wzorów Kramera:

$$\begin{aligned} W_1 &= \begin{vmatrix} 0 & -\left(\frac{c_1}{m_1} \omega i + \frac{k_1}{m_1} \right) \\ -\left(\frac{c_2}{m_2} \omega i + \frac{k_2}{m_2} \right) & \left(-\omega^2 + \frac{c_1 + c_2}{m_2} \omega i + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right) \end{vmatrix} = \\ &= \left(\frac{c_1}{m_1} \omega i + \frac{k_1}{m_1} \right) \left(\frac{c_2}{m_2} \omega i + \frac{k_2}{m_2} \right) = \left(-\frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right) + \left(\frac{c_1 k_2}{m_1 m_2} + \frac{c_2 k_1}{m_1 m_2} \right) \omega \cdot i = R_{w1} + I_{w1} \cdot i \end{aligned}$$

część rzeczywista:

część urojona:

$$R_{w1} = -\frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \quad I_{w1} = \left(\frac{c_1 k_2}{m_1 m_2} + \frac{c_2 k_1}{m_1 m_2} \right) \omega$$

$$W_2 = \begin{vmatrix} -\omega^2 + \left(\frac{c_1}{m_1} \omega i + \frac{k_1}{m_1} \right) & 0 \\ -\left(\frac{c_2}{m_2} \omega i + \frac{k_2}{m_2} \right) & \left(\frac{c_1}{m_2} \omega i + \frac{k_2}{m_2} \right) \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned} \left(-\omega^2 + \frac{c_1}{m_1} \omega i + \frac{k_1}{m_1} \right) \left(\frac{c_1}{m_2} \omega i + \frac{k_2}{m_2} \right) &= \left[-\left(\frac{k_2}{m_2} + \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right] + \left[-\frac{c_2}{m_2} \omega^3 + \left(\frac{c_1 k_2}{m_1 m_2} + \frac{c_2 k_1}{m_1 m_2} \right) \omega \right] \cdot i = \\ &= R_{w2} + I_{w2} \cdot i \end{aligned}$$

część rzeczywista:

część urojona:

$$R_{w2} = -\left(\frac{k_2}{m_2} + \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \quad I_{w2} = -\frac{c_2}{m_2} \omega^3 + \left(\frac{c_1 k_2}{m_1 m_2} + \frac{c_2 k_1}{m_1 m_2} \right) \omega$$



Rozwiązanie równań (8) metodą Kramera

$$\bar{x}_1 = \frac{W}{W^2} \bar{x}_3$$

$$\bar{x}_2 = \frac{W}{W^2} \bar{x}_3$$

Funkcje przenoszenia:

$$H_1 = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_3} = \frac{W}{W^2} = \frac{R_{w1} + I_{w1} \cdot i}{R_w + I_w \cdot i} = \frac{(R_{w1} + I_{w1} \cdot i)(R_w - I_w \cdot i)}{(R_w + I_w \cdot i)(R_w - I_w \cdot i)} = \frac{(R_{w1} R_w + I_{w1} I_w) + (R_w I_{w1} - R_{w1} I_w) \cdot i}{R_w^2 - I_w^2}$$

$$H_2 = \frac{\bar{x}_2}{\bar{x}_3} = \frac{W}{W^2} = \frac{R_{w2} + I_{w2} \cdot i}{R_w + I_w \cdot i} = \frac{(R_{w2} + I_{w2} \cdot i)(R_w - I_w \cdot i)}{(R_w + I_w \cdot i)(R_w - I_w \cdot i)} = \frac{(R_{w2} R_w + I_{w2} I_w) + (R_w I_{w2} - R_{w2} I_w) \cdot i}{R_w^2 - I_w^2}$$

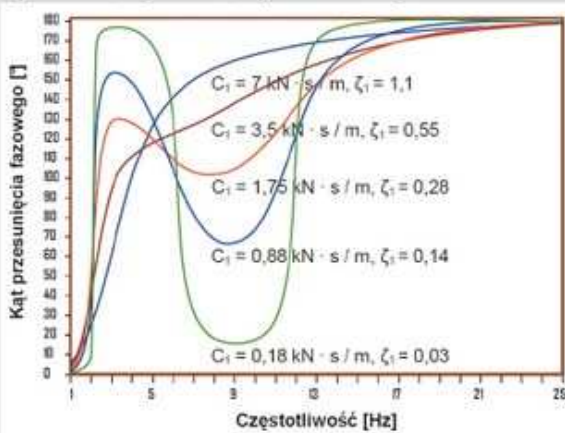
$$H_{23} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_3}{\bar{x}_3} = H_2 - 1 = \frac{(-R_w^2 + R_{w2} R_w + I_{w2} I_w) + (R_w I_{w2} - R_{w2} I_w) \cdot i}{R_w^2 - I_w^2}$$

Kąt przesunięcia fazowego:

$$\tan \varphi_{23} = \frac{-R_w^2 + R_{w2} R_w - I_w^2 + I_{w2} I_w}{R_w I_{w2} - R_{w2} I_w}$$

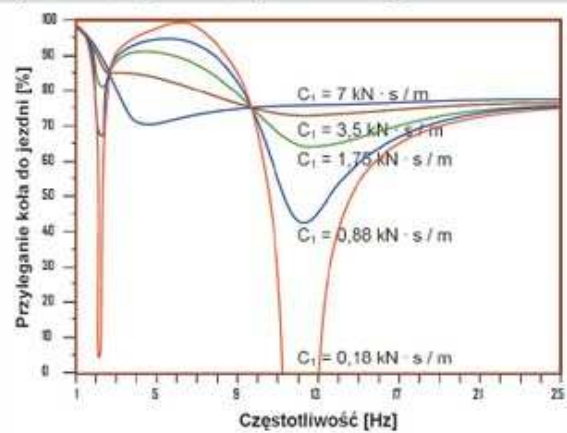
1. Wpływ tłumienia na przesunięcie fazowe

$C_1 = 0,18; 0,88; 1,75; 3,5; 7 \text{ kN} \cdot \text{s/m}; C_2 = 0 \text{ kN} \cdot \text{s/m};$
 $M_1 = 234 \text{ kg}; M_2 = 43 \text{ kg}; K_1 = 56 \text{ kN/m}; K_2 = 182 \text{ kN/m}$



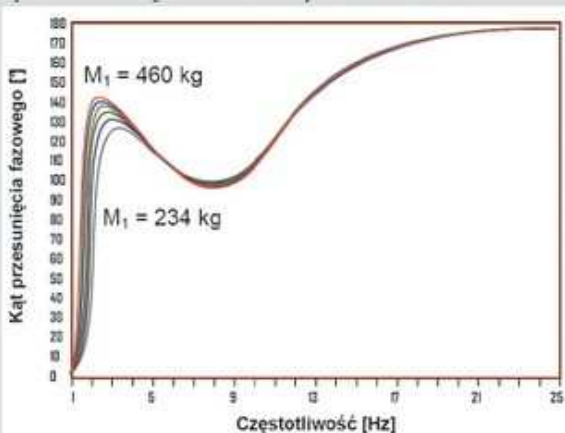
2. Wpływ tłumienia na przyleganie

$C_1 = 0,18; 0,88; 1,75; 3,5; 7 \text{ kN} \cdot \text{s/m}; C_2 = 0 \text{ kN} \cdot \text{s/m};$
 $M_1 = 234 \text{ kg}; M_2 = 43 \text{ kg}; K_1 = 56 \text{ kN/m}; K_2 = 182 \text{ kN/m}$



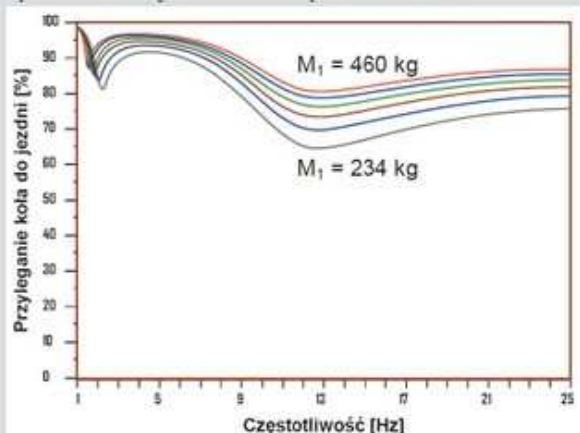
3. Wpływ masy resorowanej na przesunięcie fazowe

$M_1 = 234; 279; 324; 370; 415; 460 \text{ kg}; M_2 = 43 \text{ kg};$
 $K_1 = 56 \text{ kN/m}; K_2 = 182 \text{ kN/m}; C_1 = 1,75 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$



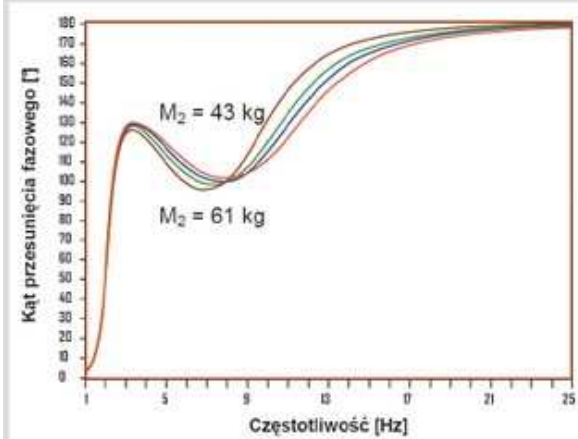
4. Wpływ masy resorowanej na przyleganie

$M_1 = 234; 279; 324; 370; 415; 460 \text{ kg}; M_2 = 43 \text{ kg};$
 $K_1 = 56 \text{ kN/m}; K_2 = 182 \text{ kN/m}; C_1 = 1,75 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$



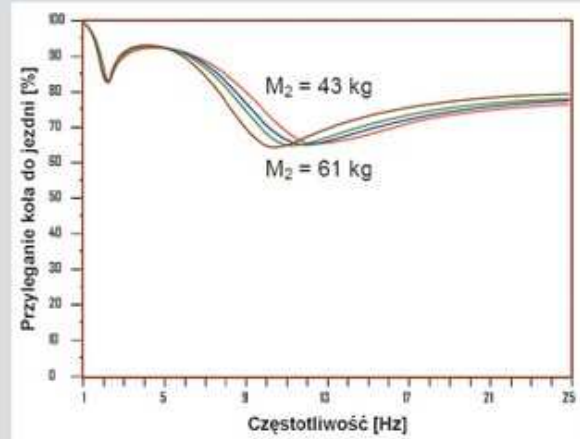
5. Wpływ masy nieresorowanej na przesunięcie fazowe

$M_1 = 234 \text{ kg}; M_2 = 43 \text{ kg}; 48 \text{ kg}; 52 \text{ kg}; 61 \text{ kg};$
 $K_1 = 56 \text{ kN/m}; K_2 = 182 \text{ kN/m}; C_1 = 1,75 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$



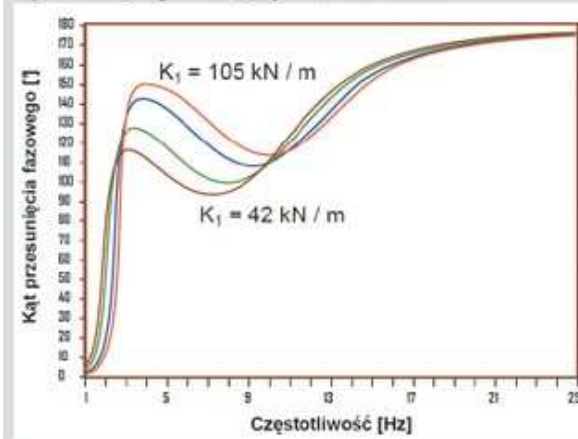
6. Wpływ masy nieresorowanej na przyleganie

$M_1 = 234 \text{ kg}; M_2 = 43 \text{ kg}; 48 \text{ kg}; 52 \text{ kg}; 61 \text{ kg};$
 $K_1 = 56 \text{ kN/m}; K_2 = 182 \text{ kN/m}; C_1 = 1,75 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$



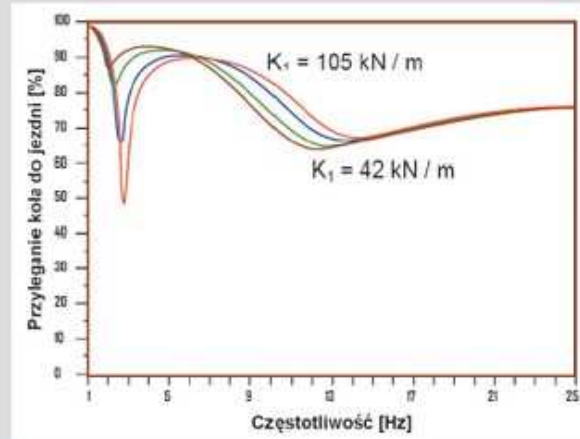
7. Wpływ stałej sprężyny zawieszenia na przesunięcie fazowe

$K_1 = 42; 56; 84; 105 \text{ kN/m}; K_2 = 182 \text{ kN/m};$
 $M_1 = 234 \text{ kg}; M_2 = 43 \text{ kg}; C_1 = 1,75 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$

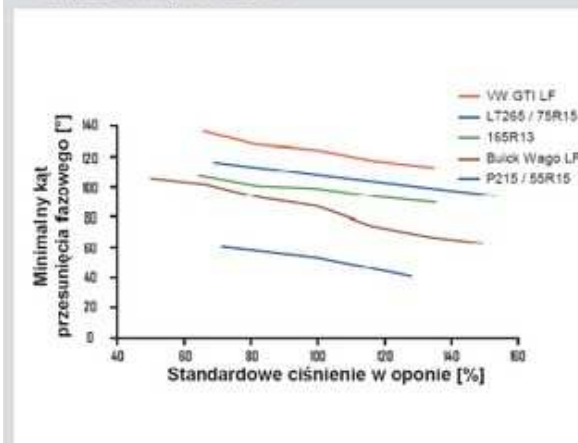


8. Wpływ stałej sprężyny zawieszenia na przyleganie

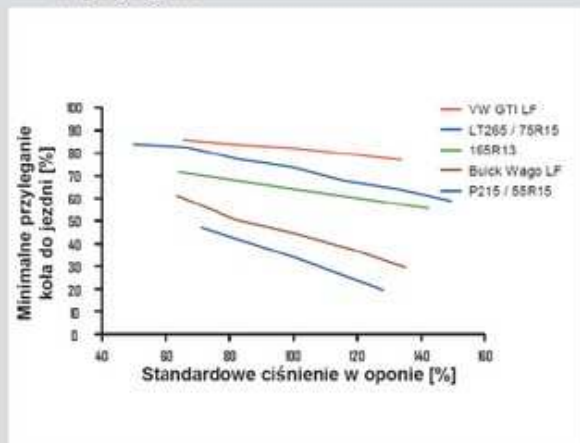
$K_1 = 42; 56; 84; 105 \text{ kN/m}; K_2 = 182 \text{ kN/m};$
 $M_1 = 234 \text{ kg}; M_2 = 43 \text{ kg}; C_1 = 1,75 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$



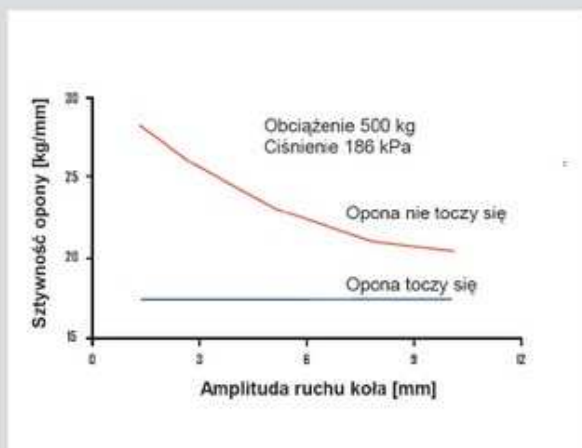
9. Wpływ wzrostu ciśnienia w oponie na przesunięcie fazowe



10. Wpływ wzrostu ciśnienia w oponie na przyleganie

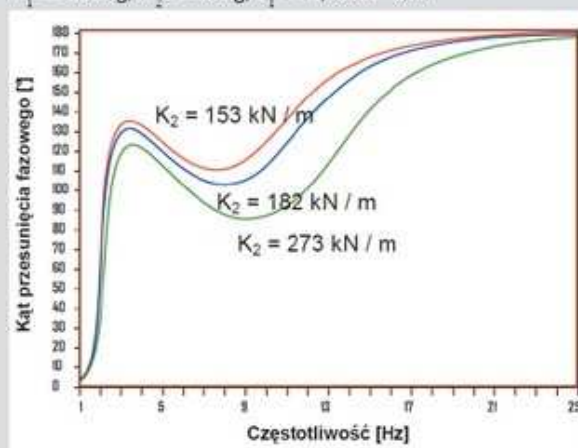


11. Porównanie sprężystości opony nieruchomej i toczącej się



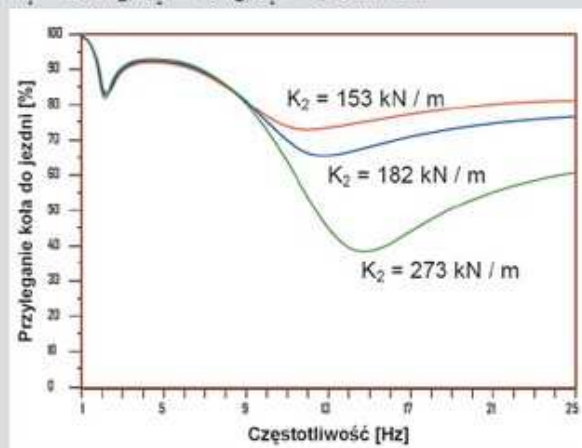
12. Wpływ sprężystości opony na przesunięcie fazowe

$K_1 = 56 \text{ kN/m}; K_2 = 153; 182; 273 \text{ kN/m};$
 $M_1 = 234 \text{ kg}; M_2 = 43 \text{ kg}; C_1 = 1,75 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$



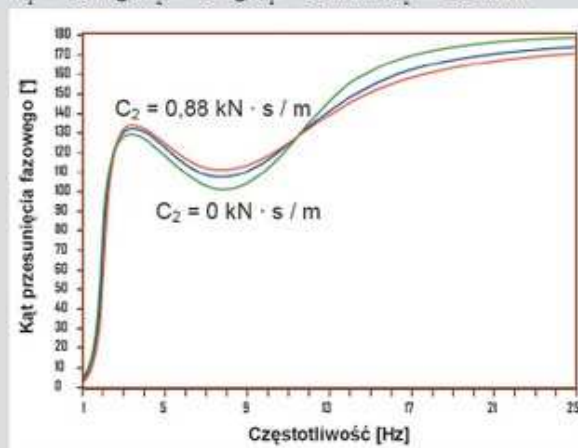
13. Wpływ sprężystości opony na przyleganie

$K_1 = 56 \text{ kN/m}; K_2 = 153; 182; 273 \text{ kN/m};$
 $M_1 = 234 \text{ kg}; M_2 = 43 \text{ kg}; C_1 = 1,75 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$



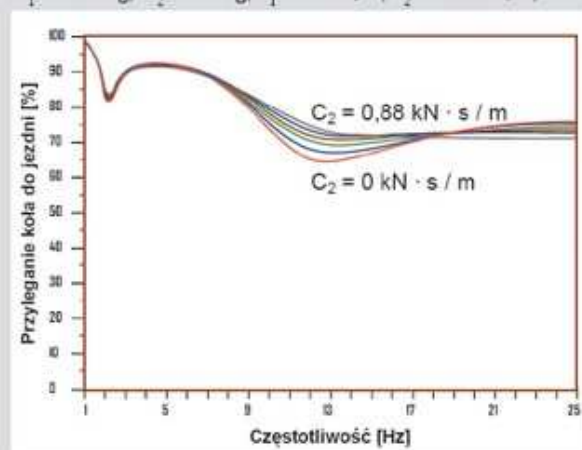
14. Wpływ tłumienia opony na przesunięcie fazowe

$C_1 = 1,75 \text{ kN} \cdot \text{s/m}; C_2 = 0; 0,53; 0,88 \text{ kN} \cdot \text{s/m};$
 $M_1 = 234 \text{ kg}; M_2 = 43 \text{ kg}; K_1 = 56 \text{ kN/m}; K_2 = 182 \text{ kN/m}$



15. Wpływ tłumienia opony na przyleganie

$C_1 = 1,75 \text{ kN} \cdot \text{s/m}; C_2 = 0; 0,175; 0,35; 0,53; 0,7; 0,88 \text{ kN} \cdot \text{s/m};$
 $M_1 = 234 \text{ kg}; M_2 = 43 \text{ kg}; K_1 = 56 \text{ kN/m}; K_2 = 182 \text{ kN/m};$



Zenon Majkut
 Wimad Spółka Jawna